

**Методическая разработка учителя математики
гимназии №22, города Майкопа, Чумаковой Марии Евгеньевны.**

Тема: Метод интервалов. Метод замены множителей.

Алгоритм решения рациональных неравенств методом интервалов:

1. Привести неравенство к стандартному виду. Перенести все слагаемые в левую часть, разложить знаменатели на множители, привести к общему знаменателю. Преобразовав числитель, разложить его на множители линейные или квадратные с дискриминантом меньше нуля.

Стандартный вид заключается в том, что перед переменной в каждой скобке стоит знак плюс и все входящие квадратные трехчлены не имеют корней.

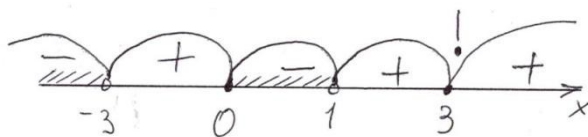
2. На числовую ось наносим нули числителя (закрашивая, если неравенство нестрогое и не закрашивая, если строгое) и нули знаменателя не закрашивая.
3. В крайнем правом промежутке ставим знак «+».

Если неравенство в стандартном виде, то подставляя любое число из крайнего правого промежутка, в каждой скобке, мы получим положительную разность.

4. При переходе через ноль числителя или знаменателя смотрим на степень скобки в которую входит этот ноль. Если степень *четная*, то знак *не меняем*. Если степень *нечетная*, то знак *меняем*.
5. В ответ записываем нужные промежутки, ориентируясь на расставленные знаки.

Пример 1. Решите неравенство.

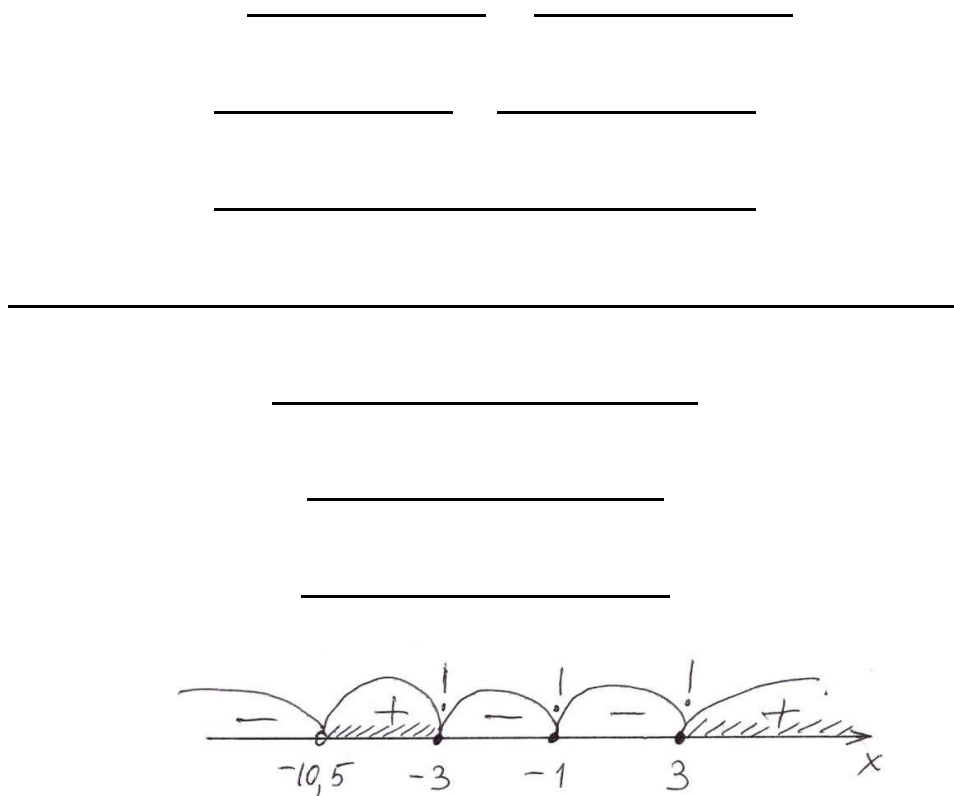
Решение.



Ответ:

Пример 2. Решите неравенство.

Решение.



Ответ:

II Метод рационализации.

Метод рационализации или метод замены множителей.

Рассмотрим неравенство:

Многочлен в первой скобке можно считать разностью значений функции , где . Обратите внимание, что эта функция возрастающая.

Метод основан на определении возрастающей функции.

Определение. Функция называется возрастающей, если меньшему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

Таким образом, разность значений функций и разность значений аргумента, принимают один знак.

Вернемся, к примеру, получаем

Пример 3. Решите неравенство.

Решение.

Введем функцию . Так как функция возрастающая и , тогда

Ответ:

В примере мы заменили разность значений функций разностью значений аргументов, возможно и наоборот.

Рассмотрим разность модулей, их можно считать разностью положительных значений аргумента для функции . Так как для положительных значений

функция возрастает, то мы можем воспользоваться предложенным свойством, в обратном порядке, это отражено в таблице.

Логарифмические и показательные функции при разных значениях оснований являются возрастающими или убывающими, поэтому при их рассмотрении появляется скобка определяющая вид функции, в плане монотонности, это тоже отражено в таблице.

Воспользуемся этим свойством при решении смешанных неравенств. Определим заранее, что все замены происходят на ОДЗ.

Производимые эквивалентные замены оформим в виде таблицы.

Выражение	Эквивалентная замена

Пример 3. Решите неравенство.

$$\frac{\log_2(x-1)}{\log_2(x+1)} > 1$$

Решение.

$$\log_2(x-1) > \log_2(x+1)$$

Учитывая ОДЗ, получаем:

$$x-1 > x+1$$

Пример 4. Решите неравенство.

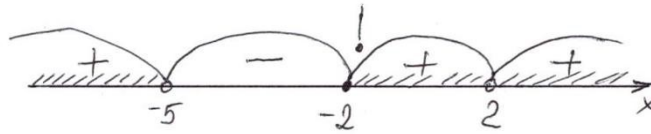
$$\log_2(x-1) > \log_2(x+1)$$

Решение.

$$\log_2(x-1) > \log_2(x+1)$$

$$\log_2(x-1) > \log_2(x+1)$$

$$\log_2(x-1) > \log_2(x+1)$$



Ответ:

Задания для самостоятельного решения

Решите неравенство:

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5.

6. _____

7.

8.

9. _____

10.