

Тема: Сумма n -первых членов арифметической прогрессии.

Цели урока:

Должны знать: формулу n -го члена арифметической прогрессии, формулы суммы n -первых членов арифметической прогрессии

Должны уметь: получать формулы n – первых членов арифметической прогрессии, применять их при решении задач..

Ход урока

1. « Математическая истина сама по себе не является ни простой, ни сложной, она существует», - так сказал Эмиль Лемуан. Я думаю, что каждый из вас сегодня на уроке не просто присутствующий, а активный участник познания истины.

2. Актуализация знаний.

Фронтальная работа. Вспомним изученный теоретический материал по теме:

Дайте определение арифметической прогрессии.

Как найти разность арифметической прогрессии, запишите формулу?

Запишите формулу n -го члена арифметической прогрессии.

Является ли заданная последовательность арифметической прогрессией, почему?

3; 6; 9; 12; ...

-1; -1; -1; ...

0; 13; 1; 14; 2; 15; ...

-3; -1; 1; 3; ...

Найдите A_5 , Если $A_1=4$ И $D=7$. (32)

Найдите A_{12} , если $A_{11}=20$ И $A_{13}=30$. (25)

Самопроверка знаний

Математический диктант (с самопроверкой) на карточках проводится в виде теста, как подготовка к итоговой аттестации в новой форме.

1 вариант

1. Первый член арифметической прогрессии 2, разность 4. Укажите ее третий член.

А. 12 Б. 10 В. 8 Г. 14

2. Первый член арифметической прогрессии 5, второй 8. Укажите четвертый член.

А. 13 Б. 16 В. 14 Г. 11

3. Какое из чисел является членом арифметической прогрессии 2; 7; 12; ..?

А. 21 Б. 22 В. 26 Г. 25

4. (a_n) : -4 ; -1 : — арифметическая прогрессия. Число 5 является членом данной арифметической прогрессии. Определите его номер.

А. 4 Б. 5 В. 3 Г. 6

5. Между числами 8 и 14 вставьте такое число, чтобы полученная последовательность чисел образовала арифметическую прогрессию.

А. 13 Б. 10 В. 12 Г. 11

6. Какая из следующих последовательностей может являться арифметической прогрессией?

А. 2; 4; 8; 16; Б. -5; 5; -5; 5; В. 1; 3; 5; 7; Г. 1; 4; 9; 16;

2 вариант

1. Первый член арифметической прогрессии 1, разность 3. Укажите ее третий член.

А. 9 Б. 6 В. 8 Г. 7

2. Первый член арифметической прогрессии 3, второй 7. Укажите четвертый член.

А. 15 Б. 16 В. 14 Г. 13

3. Какое из чисел является членом арифметической прогрессии 4; 10; 16; ?

А. 27 Б. 28 В. 29 Г. 30

4. (a_n) : – 6; –2: – арифметическая прогрессия. Число 6 является членом данной арифметической прогрессии. Определите его номер.

А. 5 Б. 6 В. 3 Г. 4

5. Между числами 7 и 13 вставьте такое число, чтобы полученная последовательность чисел образовала арифметическую прогрессию.

А. 9 Б. 10 В. 11 Г. 12

6. Какая из следующих последовательностей может являться арифметической прогрессией?

А. 1; 4; 9; 16; Б. 3; –3; 3; –3; В. 5; 3; 1; –1; –3; Г. 1; 8; 27; 64;

Бланк ответов к математическому диктанту:

Фамилия _____ Вариант ____

Ответы:

1.

2.

3.

4.

5.

6.

Самопроверка осуществляется с помощью мультимедийного проектора.

Ответы к математическому диктанту:

1 вариант Ответы: 1. Б, 2. В, 3. Б, 4. А, 5. Г, 6. В

2 вариант Ответы: 1. Г, 2. А, 3. Б, 4. Г, 5. Б, 6. В

3. Постановка проблемы

Классу предлагается решить две задачи :

Шарик бросают с некоторой высоты, и он свободно падает. В первую секунду он проходит 4,9 метра, а в каждую следующую на 98 метра больше, чем в предыдущую. Какое расстояние пройдет шарик за 11 – ю секунду?

Шарик бросают с некоторой высоты, и он свободно падает. В первую секунду он проходит 4,9 метра, а в каждую следующую на 98 метров больше, чем в предыдущую. Какое расстояние пройдет шарик за 11 секунд?

– Что общего у этих двух задач? (речь идет об арифметической прогрессии)

– Каким образом задается арифметическая прогрессия? (указан первый член и разность)

– Назовите первый член и разность этой прогрессии (*Учащиеся записывают краткие записи обеих задач*)

– Чем отличаются эти задачи? (разный [вопрос](#))

– Что нужно найти в первой задаче? (одиннадцатый член прогрессии)

– А что нужно найти во второй задаче? (сумму одиннадцати членов прогрессии) Давайте эту сумму обозначим следующим образом S_{11} .

Один человек идет к доске и решает задачи на доске; остальные работают на местах.

– Вы смогли решить вторую задачу?

– В чем затруднение?

– Чего мы еще не знаем?

– Какой у вас возникает вопрос?

– Так какой будет тема нашего урока? (На доске в тетрадях тема урока)

– А в последнем столбце?

– Можем ли мы утверждать, что суммы во всех столбцах равны? Почему?
(суммы номеров равны)

– сколько всего таких сумм? (П.)

– Чему равна сумма всех записанных здесь членов прогрессии?

– Чему равна искомая сумма?

На доску вывешивается опорный конспект.

– попробуйте сформулировать словами, как найти сумму n – первых членов арифметической прогрессии. (Спрашиваю значение каждого символа);

– расскажите друг другу эту формулу;

– несколько человек проговаривают формулу вслух.

– вывод второй формулы суммы n – первых членов арифметической прогрессии.

Давайте проведем небольшое исследование, чтобы открыть свойство арифметической прогрессии, которое понадобится при решении задач.

1. Зададим произвольно арифметическую прогрессию.

Пусть $a_1 = 7$; $d = 2$.

– Назовите первые 10 членов этой прогрессии: (Дети пишут в тетрадях; учитель – на доске)

$$a_1=7; a_2=9; a_3=11; a_4=13 \dots\dots a_{10}=25$$

– Найдите суммы: $a_1 + a_8 = 28$

$$a_2 + a_7 = 28$$

$$a_3 + a_6 = 28$$

$$a_4 + a_5 = 28$$

– Что интересного вы заметили в этих равенствах? (имеют равные значения)

– Обратите внимание на номера членов прогрессии, которые выбраны.

– Что вы заметили?

– Что можно сказать о сумме этих номеров?

– А теперь найдите мне сумму членов прогрессии, у которых номера в сумме дают, например, 8. (На доске появляются соответствующие равенства)

– Так какой вывод можно сделать? Попробуйте сформулировать это свойство прогрессии.

ВЫВОД: / Если суммы номеров членов прогрессии равны, то равны и суммы соответствующих членов прогрессии/

Это свойство можно сформулировать в таком виде:

Свойство: Если a_n – арифметическая прогрессия и $p + m = k + l$, то $a_p + a_m = a_k + a_l$

Доказательство: Воспользуемся формулой n-го члена арифметической прогрессии $a_n = a_1 + d(n-1)$, получим

$$a_p + a_m = a_k + a_l;$$

$$a_1 + d(p-1) + a_1 + d(m-1) = a_1 + d(k-1) + a_1;$$

$$A1 + dp - d + a1 + dm - d = a1 + dk - d + a1$$

$$dp + dm - d = dk$$

$$Dp + dm = dk + d$$

$$d(p + m) = d(k + 1)$$

$$p + m = k + 1$$

3. Рассказ из биографии известного математика.

Создание формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии связано с именем известного немецкого математика, астронома и физика Карла Фридриха Гаусса (1777-1855).

Карл рос в бедной семье. Математические вычисления заменили Гауссу игрушки. Его отец, садовник и фонтанный мастер, помогал купцу в торговле, в расчетах, а маленький мальчик часто присутствовал при этом.

Во всей истории математики нет никого, кто приблизился бы к Гауссу по ранней одаренности. Неизвестно, в каком возрасте Архимед впервые проявил свой гений. Самые ранние проявления высочайшего математического таланта Ньютона вполне могли пройти незамеченными. Гаусс же, хотя это кажется невероятным, показал свою одаренность, когда ему не было ещё трех лет. Как – то в субботу Герхард Гаусс составлял платежную ведомость для рабочих. Дойдя до конца своих длинных расчетов, Герхард с удивлением услышал: «Папа, вычисления неверны, должно быть...» Проверка показала, что число, названное младшим Гауссом, было правильным

Его способности не остались не замеченными. Однажды учитель, чтобы занять детей, дал задание: найти сумму натуральных чисел от 1 до 100. Он был поражен, когда самый маленький ученик, а Карлу было тогда 9 лет, очень быстро нашел искомую величину. Эту формулу в общем виде Карл Гаусс вывел позже.

Он не строил лесенок из рядов, он заметил что если сложить 1 и последний член ряда получится 101, второй и предпоследний тоже получим 101 и таким

образом будем складывать остальные члены. Таких сумм получится в 2 раза меньше, чем членов последовательности, т. е 50, значит её сумма будет равна $10150 = 5050$.

1,2,3,4,5,..., 96, 97, 98, 99, 100

$1+100=101$; $2+99 = 101$... $50+51= 101$

4. А теперь давайте таким – же способом найдем сумму n – первых членов произвольной прогрессии (a_n)

– Что мне для этого надо сделать? (дважды записать в прямом и обратном порядке)

– Чему равна сумма в первом столбце?

– А в последнем столбце?

– Можем ли мы утверждать, что суммы во всех столбцах равны? Почему? (суммы номеров равны)

– Сколько всего таких сумм? (n .)

– Чему равна сумма всех записанных здесь членов прогрессии?

– Чему равна искомая сумма?

На доску вывешивается опорный конспект.

– Попробуйте сформулировать словами, как найти сумму n – первых членов арифметической прогрессии. (Спрашиваю значение каждого символа);

– Расскажите друг другу эту формулу;

– Несколько человек проговаривают формулу вслух.

- Вывод второй формулы суммы n - первых членов арифметической прогрессии.

Закрепление

Решается задача из постановки проблемной ситуации.

№603 (б), (а) – самостоятельно, с последующей проверкой.

Домашнее задание.

№603 (в, г); №604 (б)

Родители ко Дню рождения своего сына решили купить ему мобильный телефон. Для этого, они в первый месяц отложили 650 рублей, а в каждый следующий месяц откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей через 10 месяцев, и смогут ли они купить ему телефон?