

Министерство образования Кировской области

**КОМПЛЕКТ
контрольно-измерительных материалов
для проверочных работ
по учебной дисциплине**

ОДП.15. Математика

**профессиональной образовательной программы (ПОП)
для образовательных организаций СПО**

ЧАСТЬ 1

Киров 2022

Составители:

Бахтина Е.В., преподаватель математики КОГОБУ СПО «Вятский техникум профессиональных технологий, управления и сервиса»

Редакторы:

Корякина М.Л., преподаватель информационных технологий КОГОБУ СПО «Вятский техникум профессиональных технологий, управления и сервиса»

Внешняя экспертиза:

Пивоваров А.А., зав. кафедрой информационно-технологического и физико-математического образования ИРО Кировской области, к.п.н.

Комплект контрольно-измерительных материалов составлен для текущего контроля по дисциплине «Математика», реализуемой в рамках федерального государственного образовательного стандарта содержит карточки-задания по всем разделам курса алгебры и математического анализа.

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка.....	4
1 Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке.....	6
2 Справочные материалы по теме: «Производная и ее применение».....	8
3 Контрольно-измерительные материалы.....	11
3.1 Нахождение производной функции по определению.....	11
3.2 Нахождение производной, используя формулам дифференцирования	12
3.3 Нахождение производной сложной функции, используя формулам дифференцирования.....	14
3.4 Касательная к графику функции.....	15
3.5 Приближенные вычисления.....	17
3.6 Производная в физике и технике.....	18
3.7 Исследование функции на монотонность (базовый уровень).....	20
3.8 Исследование функции на монотонность (повышенный уровень).....	22
3.9 Применение производной к исследованию функции (базовый уровень)...	24
3.10 Применение производной к исследованию функции (повышенный уровень).....	26
3.11 Наибольшее и наименьшее значения функции.....	27
Литература.....	29

Пояснительная записка

Комплект контрольно-измерительных материалов (далее – КИМ) по учебной дисциплине «Математика» разработан на основе рабочей программы для всех специальностей среднего профессионального образования, который реализуется в рамках федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) среднего общего образования на базовом уровне в пределах основной образовательной программы среднего профессионального образования.

Комплект КИМ предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины. Комплект контрольно-измерительных материалов включает контрольные материалы для текущего контроля. Он состоит из нескольких частей по всем разделам программы дисциплины «Математика». Каждая часть содержит несколько проверочных работ по определенной теме:

Часть 1 – «Производная и ее применение».

Часть 2 – «Обобщающее понятие степени с рациональным показателем».

Часть 3 – «Комбинаторика, статистики и теория вероятности».

Часть 4 – «Решение уравнений и неравенств».

В комплекте каждая проверочная работа содержит четыре варианта. В начале работы указано название, цель и время проведения проверочной работы; в заключение каждой работы есть критерии оценки выполненных заданий. Эти материалы позволяют дифференцировать контроль путем разумного сочетания фронтальной, групповой и индивидуальной формы работы с обучающимися. Комплект КИМов предоставляет преподавателю возможность дифференцировать текущий контроль обучающихся на всех этапах и уровнях усвоения знаний:

- первичное ознакомление нового материала;
- ликвидация «пробелов» в знаниях;
- выработка умений и навыков применять полученные знания в сходных и новых ситуациях.

Данные проверочные работы могут быть использованы в качестве индивидуальных карточек-заданий, предназначенных для контроля ранее пройденного материала, а также для проверки уровня усвоенного материала,

студентами, которые не изучали материал из-за пропущенных занятий. Такие кратковременные индивидуальные работы позволяют подключить к работе отдельных студентов, не усвоивших этот материал своевременно.

Часть 1 «Производная и ее применение» содержит несколько видов проверочных работ по всей теме, в которых отрабатывается материал – начиная с определения производной и заканчивая ее применением. 1-я часть комплекта контрольно-измерительных материалов разработана в соответствии с тематическим планом дисциплины «Математика» по этому разделу на основе требований к умениям: понимать геометрический и механический смысл производной; находить производные элементарных функций, пользуясь таблицей производных и правилами дифференцирования; применять производные для исследования функций.

Комплект КИМов помогает преподавателю выполнить требования ФГОС нового поколения к основной образовательной программе.

1. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Требования к умениям. В результате изучения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

У1. выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, привлекая при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

У2. проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

У3. вычислять значения числовых и буквенных выражений, производя необходимые подстановки и преобразования;

У4. вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;

У5. определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;

У6. строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;

У7. привлекать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

У8. находить производные элементарных функций;

У9. применять производную для изучения свойств функций и построения графиков;

У10. применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

У11. решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

У12. изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;

У13. составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

2. Справочный материал по теме: «Производная и ее применение»

Основные определения

1. Производной от функции $y = f(x)$ по аргументу x называется предел отношения приращения функции к вызвавшему его приращению аргумента, когда последнее стремиться к нулю, т.е. $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, где Δy – приращение функции, Δx – приращение аргумента

2. Геометрический смысл производной.

Число $f'(x) = \operatorname{tga} = k$ – это угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

$y = y_0 + y'(x_0) \cdot (x - x_0)$ – уравнение касательной;

$y = y_0 - \frac{1}{y'(x_0)} \cdot (x - x_0)$ – уравнение нормали

3. Физический смысл производной:

– Скорость в момент времени $t = t_0$ равен значению производной пути по времени: $v(t) = S'(t)$

– Ускорение в момент времени $t = t_0$ равно значению производной скорости по времени или второй производной пути по времени: $a(t) = v'(t) = S''(t)$

4. Таблица производных:

Таблица 2 – Правила производных

правила	$(cu)' = cu'$ $(u + v)' = u' + v'$ $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	элементарные	$x' = 1$ $(x^2)' = 2x$ $(x^3)' = 3x^2$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $(e^x)' = e^x$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	общие	$c' = 0$ $(kx + c)' = k$ $(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ $(a^x)' = a^x \ln a$
---------	---	--------------	--	-------	--

Таблица 3 – Применение производной к исследованию функции

№	Алгоритм действий	Оформление отчета
I. Алгоритм отыскания интервалов монотонности функции:		
1	2	3
1.	Находим область определения функции	$D(y) = \dots$
2.	Находим производную функции (используя таблицу производных)	$f'(x) = \dots$
3.	Находим критические точки, (точки в которых производная равна нулю или не существует)	$f'(x) = 0 \Rightarrow$ решаем уравнение $x_1; x_2$ – критические точки
4.	Разбиваем область определения функции критическими точками на интервалы, на каждом из которых находим знак производной: <ul style="list-style-type: none"> – если на интервале $f'(x) > 0$, то на нем функция строго возрастает – если на интервале $f'(x) < 0$, то на нем функция строго убывает 	
5.	Выписываем ответ	Ответ: $x \in [-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty] - f(x) \uparrow$ $x \in [x_1; x_2] - f(x) \downarrow$
II. Алгоритм отыскания экстремумов функции:		
1.	Находим область определения функции	$D(y) = \dots$
2.	Находим производную функции (используя таблицу производных)	$f'(x) = \dots$
3.	Находим критические точки (точки в которых производная равна нулю или не существует)	$f'(x) = 0 \Rightarrow$ решаем уравнение $x_1; x_2$ – критические точки
4.	Разбиваем область определения функции критическими точками на интервалы, на каждом из которых находим знак производной: <ul style="list-style-type: none"> – если $f'(x)$ при переходе через критическую точку сменила знак, то функция в этой точке имеет экстремум (max; min) – если знак $f'(x)$ не меняется, то функция в этой точке экстремума не имеет (точка перегиба) 	
5.	Находим значения функции в точках экстремума	$f(x_1) = y_1; f(x_2) = y_2$
6.	Выписываем ответ	Ответ: $(x_1; y_1)$ - точка max; $(x_2; y_2)$ - точки min

Продолжение таблицы 3

1	2	3																		
III. Алгоритм исследования функции и построение графика с помощью производной:																				
1.	Находим область определения функции	$D(y)=\dots$																		
2.	Находим точки пересечения функции с осями: – координата y , точки лежащей на оси (OX) равна нулю – координата x , точки лежащей на оси (OY)равна нулю	(OX): $y = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ - решаем уравнение x_1, x_2 - корни $A_1(x_1;0), A_2(x_2;0)$ (OY): $x = 0 \Rightarrow f(0) = b, A_3(0, b)$																		
3.	Находим производную функции (используя таблицу производных)	$f'(x)=\dots$																		
4.	Находим критические точки (точки в которых производная равна нулю или не существует)	$f'(x) = 0 \Rightarrow$ решаем уравнение $x_1; x_2$ – критические точки																		
5.	Находим значения функции в точках экстремума	$f(x_1) = y_1; f(x_2) = y_2$																		
6.	Заполняем таблицу	<table><tr><td>x</td><td>$(-\infty; x_1)$</td><td>x_1</td><td>(x_1, x_2)</td><td>x_2</td><td>$(x_2; +\infty)$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	$(-\infty; x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	x_2	$(x_2; +\infty)$	$f'(x)$						$f(x)$					
x	$(-\infty; x_1)$	x_1	(x_1, x_2)	x_2	$(x_2; +\infty)$															
$f'(x)$																				
$f(x)$																				
7.	Строим график																			
IV. Алгоритм написания уравнения касательной к графику функции в точке x_0 :																				
1.	Находим значение функции в точке x_0 :	$f(x_0) = \dots$																		
2.	Находим производные функции (используя таблицу производных)	$f'(x) = \dots$																		
3.	Находим значение производной в точке x_0	$f'(x_0) = \dots$																		
4.	Подставляем данные пунктов 1 и 3 в уравнение касательной	$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$																		
5.	Выписываем ответ	Ответ: $y = kx + b$																		
VI.Алгоритм отыскания наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке $[a; b]$:																				
1.	Находим область определения функции	$D(y)=\dots$																		
2.	Находим производную функции (используя таблицу производных)	$f'(x)=\dots$																		
3.	Находим критические точки, т.е. точки в которых производная равна нулю или не существует	$f'(x)= 0 \Rightarrow$ решаем уравнение $x_1; x_2$ – критические точки																		
4.	Выбрать критические точки лежащие внутри отрезка $[a; b]$	$x_1 \in [a; b], x_2 \notin [a; b]$																		
5.	Находим значения функции в выбранных критических точках и на концах отрезка	$f(a) = A$ – наибольшее значение $f(x_1) = Y$ – наименьшее значение $f(b) = B$																		
6.	Выписываем ответ	Ответ: $\max_{[a; b]} f(a) = A \quad \min_{[a; b]} f(x_1) = Y$																		

3. Контрольно-измерительный материал

3.1 Нахождение производной функции по определению

Цель: отработать студентами определение производной;
подготовить студентов к восприятию нового материала – формул дифференцирования.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1.

1. $f(x) = 4x + 3$

2. $f(x) = 5 - 2x$

3. $f(x) = \frac{1}{5}x - 7$

4. $f(x) = x^2 - 4$

5. $f(x) = 3x^2$

Вариант 2.

1. $f(x) = 6x + 5$

2. $f(x) = 8 - 3x$

3. $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{3}{7}$

4. $f(x) = x^2 - 5$

5. $f(x) = 2x^2$

Вариант 3.

1. $f(x) = 5x + 7$

2. $f(x) = 2 - 9x$

3. $f(x) = \frac{1}{4}x - 3$

4. $f(x) = x^2 - 7$

5. $f(x) = 5x^2$

Вариант 4.

1. $f(x) = 5x + 3$

2. $f(x) = 5 - x$

3. $f(x) = \frac{1}{5}x - 2$

4. $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}$

5. $f(x) = 4x^2$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно пять заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно четыре задания проверочной работы	4
Выполнены правильно три задания проверочной работы	3
Выполнено правильно одно задание проверочной работы	2

3.2 Нахождение производной, применяя формулы дифференцирования

Цель: отработать студентами формулы дифференцирования;

Норма времени: 20 минут

Вариант 1.

1. $(2x^3 + 3\sin x - \frac{8}{x} + 5^x)'$
2. $(\frac{3}{x^4} - 9\ln x - \operatorname{tg} x)'$
3. $(6x^5 + 4\cos x - 3)'$
4. $((5x^4 - 3)(\cos x + 8))'$
5. $((7^x + 5x)(\frac{4}{x^5} - \operatorname{tg} x))'$
6. $((\log_4 x + 5x^6 - 9)(\sqrt{x} - 7))'$
7. $(\frac{4x - 5}{3x + 7})'$
8. $(\frac{\sin x + 2}{\sin x + 5})'$
9. $(\frac{\sqrt{x} - 7}{\ln x + 2})'$
10. $(\frac{9^x - 4}{5 - 2x})'$

Вариант 2.

1. $(\log_7 x + 4x^8 - \operatorname{tg} x)'$
2. $(4\sqrt{x} + 5\cos x - 2)'$
3. $(e^x + 5x^4 - \operatorname{ctg} x)'$
4. $((9x - 2)(x^7 + 4))'$
5. $((7^x + 3x)(\frac{3}{x^4} - 1))'$
6. $((\cos x + 7)(\sin x - 3))'$
7. $(\frac{6 - 4x}{x + 3})'$
8. $(\frac{6e^x + 9}{5})'$
9. $(\frac{\sqrt{x} + 5x}{4x})'$
10. $(\frac{2\cos x - 9}{4 - \cos x})'$

Вариант 3.

1. $(7x - 3x^6 + 4\ln x + 6)'$
2. $(4\sin x + 5 - \frac{4}{x^9})'$
3. $(8^x + \log_6 x - 3\operatorname{ctg} x)'$
4. $(5\sqrt{x} + 4 - 9x^7)'$
5. $((9 - 2x)(x^5 + 4))'$
6. $((8\ln x - 3)(\frac{4}{x} + 5))'$
7. $((4 + 7\cos x)(3\operatorname{ctg} x - 4))'$
8. $(\frac{3 - x}{2x + 5})'$
9. $(\frac{\sin x + 5^x}{\sqrt{x} - 9})'$
10. $(\frac{\ln x - 4}{x^6 + 5x})'$

Вариант 4.

1. $(\frac{5}{x} - 9x^4 + 4\sqrt{x} + 3)'$
2. $(4^x + 5x^2 - \log_7 x)'$
3. $(3e^x + 8\operatorname{tg} x + 7^x)'$
4. $(3^x + 6 - \frac{9}{x^4})'$
5. $((\frac{3}{4}x - 6)(5 - x))'$
6. $((4\cos x + 5)(7 - \cos x))'$
7. $((3\sqrt{x} - 8)(4^x + 1))'$
8. $(\frac{x^2 - 3}{2x^4 + 5x})'$
9. $(\frac{2\cos x - 3}{5x - 7})'$
10. $(\frac{5^x + 6x}{e^x - 9})'$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно все задания проверочной работы, но допущены арифметические ошибки или неточно что при преобразовании полученных производных	4
Выполнена правильно половина заданий проверочной работы	3
Выполнено правильно несколько заданий проверочной работы или задания выполнены с грубыми ошибками	2

3.3 Нахождение производной сложной функции, применяя формулы дифференцирования

Цель: отработать студентами формулы дифференцирования для нахождения производную сложной функций.

Норма времени: 10 минут

Вариант 1.

1. $(\sqrt{4x-2})'$

2. $(\ln(6-5x))'$

3. $(\sin(x+7))'$

4. $\left(\frac{2}{9+4x}\right)'$

5. $((7x-2)^5)'$

Вариант 2.

1. $(\cos(3-x))'$

2. $(\log_4(3+x))'$

3. $(5^{8x+3})'$

4. $\left(\frac{3}{4-5x}\right)'$

5. $\ln((7x-2))'$

Вариант 3.

1. $(\sqrt{4-2x})'$

2. $(\operatorname{tg}(6-5x))'$

3. $(7^{3-2x})'$

4. $\left(\frac{1}{(9+2x)^4}\right)'$

5. $((x+6)^3)'$

Вариант 4.

1. $\left(\sqrt{x-\frac{1}{3}}\right)'$

2. $(\operatorname{ctg}(9-4x))'$

3. $(e^{6+5x})'$

4. $(\ln(3+8x))'$

5. $((7-2x)^8)'$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно пять заданий проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно четыре задания проверочной работы	4
Выполнены правильно три задания проверочной работы	3
Выполнено правильно одно задание проверочной работы	2

3.4 Касательная к графику функции

Цель: повторить уравнение касательной, вычисление производной и функции в точке.

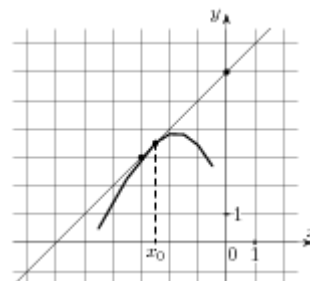
Задание: написать уравнение касательной согласно вашему варианту.

Норма времени: 40 минут.

Вариант 1.

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 27$ в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

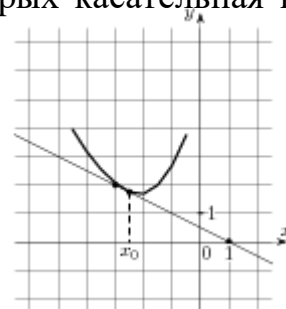
3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 5 - \frac{1}{2}x^2$ в точке с абсциссой $x = 3$. Выполните рисунок.

4. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

Вариант 2.

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



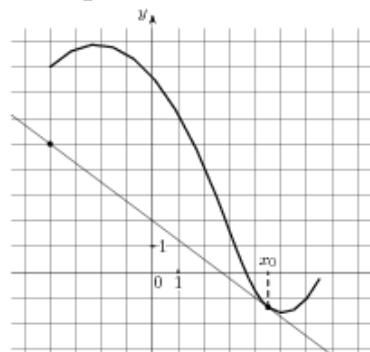
2. Найдите угол наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = -0,5x^2 + 6$ в точке с абсциссой $x = 1$.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2 - 2x^2$ в точке с абсциссой $x = -3$. Выполните рисунок.

4. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

Вариант 3.

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



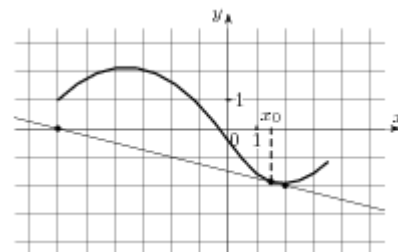
2. Найдите угол наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = -0,5x^2 + 6$ в точке с абсциссой $x = 1$.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 + 4$ в точке с абсциссой $x = -2$. Выполните рисунок.

4. Найти точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

Вариант 4.

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .



2. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 27$ в точке пересечения этого графика с осью абсцисс.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \cos x$ в точке с абсциссой $x = \pi$. Выполните рисунок.

4. Найти абсциссы точек графика функции $f(x) = 2\sin x - x$, в которых касательная параллельна прямой $y = 3$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все четыре задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены правильно три задания проверочной работы	4
Выполнены правильно два задания проверочной работы	3
Выполнено правильно одно задание проверочной работы	2

3.5 Приближенные вычисления

Цель: отработать способы применения формул приближенного вычисления.

Задание: вычислить, используя формулы приближенного вычисления.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1.

1. Вычислите приближенно $\sqrt{1 + 0,0008}$, пользуясь формулой $\sqrt{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{\Delta x}{2}$.

2. Вычислите приближенно значение 1,00007500.

Вариант 2.

1. Вычислите приближенно $\sqrt{1 - 0,0016}$, пользуясь формулой $\sqrt{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{\Delta x}{2}$.

2. Вычислите приближенно значение 0,9996300.

Вариант 3.

1. Вычислите приближенно $\sqrt{1 + 0,0006}$, пользуясь формулой $\sqrt{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{\Delta x}{2}$.

2. Вычислите приближенно значение 1,00007300.

Вариант 4.

1. Вычислите приближенно $\sqrt{1 - 0,0018}$, пользуясь формулой $\sqrt{1 + \Delta x} \approx 1 + \frac{\Delta x}{2}$.

2. Вычислите приближенно значение 0,9997500.

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, получены не верные ответы из-за арифметических ошибок.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы	2

3.6 Производная в физике и технике

Цель: отработать формулы дифференцирования, используемые в физике и технике.

Задание: выполнить задания, используя формулы.

Норма времени: 20 минут

Вариант 1.

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = -2t^3 + 16t$ (S измеряется в метрах, t – в секундах). Найдите скорость и ускорение в момент времени $t = 2$.

2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0 , движется по закону $h(x) = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t – время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которой достигнет тело, если $v_0 = 60$ м/с, $g = 10$ м/с.

Вариант 2.

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 12t - 3t^3$ (S измеряется в метрах, t – в секундах). Найдите скорость и ускорение в момент времени $t = 1$.

2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0 , движется по закону $h(x) = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t – время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которой достигнет тело, если $v_0 = 40$ м/с, $g = 10$ м/с.

Вариант 3.

1. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 3t^3 + 9t^2 + 7$ (S измеряется в метрах, t – в секундах). Напишите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите ее при $t = 2$.

2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0 , движется по закону $h(x) = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t – время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которой достигнет тело, если $v_0 = 30$ м/с, $g = 10$ м/с.

Вариант 4.

1. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 4t^3 + 5t^2 + 4$ (S измеряется в метрах, t – в секундах). Напишите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите ее при $t = 3$.

2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0 , движется по закону $h(x) = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$, где t – время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которой достигнет тело, если $v_0 = 50$ м/с, $g = 10$ м/с.

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, получены не верные ответы из-за арифметических ошибок.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы	2

3.7 Исследование функции на монотонность (базовый уровень)

Цель: отработать формулы дифференцирования при исследовании функции (базовый уровень).

Задание: выполнить задания, используя схемы исследования функции.

Норма времени: 20 минут

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции:

а) $f(x) = 4x + 3$;

б) $f(x) = x^2 - 3x - 3$;

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

а) $f(x) = 4x + 1$;

б) $f(x) = x^2 - 3x + 2$;

3. Найдите экстремумы функции $f(x) = x^2(x + 1)$;

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции:

а) $f(x) = 3x + 5$;

б) $f(x) = x^2 - 5x - 1$;

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

а) $f(x) = 3x + 6$;

б) $f(x) = x^2 - 5x + 5$;

3. Найдите экстремумы функции $f(x) = x^2(x - 3)$;

Вариант 3

1. Найдите критические точки функции:

а) $f(x) = 2x - 3$;

б) $f(x) = x^2 + 4x + 3$;

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

а) $f(x) = 2x - 5$;

б) $f(x) = x^2 + 4x + 5$;

3. Найдите экстремумы функции $f(x) = x(x + 2)^2$;

Вариант 4

1. Найдите критические точки функции:

а) $f(x) = -5x + 7$;

б) $f(x) = 2x^2 + 4x - 8$;

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума:

а) $f(x) = 7x - 2$;

б) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$;

3. Найдите экстремумы функции $f(x) = x(x + 2)^2$;

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, но допущены арифметические ошибки.	4
Выполнены правильно два задания проверочной работы.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы или выполнено одно задание.	2

3.8 Исследование функции на монотонность (повышенный уровень)

Цель: отработать формулы дифференцирования при исследовании функции (повышенный уровень).

Задание: выполнить задания, используя схемы исследования функции.

Норма времени: 20 минут.

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 3$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 2$.
3. Найдите экстремумы функции:
 - а) $f(x) = x^2(x + 1)$;
 - б) $f(x) = x^3(x - 5)$.
4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = x^3 - 6x + b$ равен 2?

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 3$.
3. Найдите экстремумы функции:
 - а) $f(x) = x^2(x - 3)$;
 - б) $f(x) = x^3(x - 4)$.
4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = x^3 - 3x + b$ равен 7?

Вариант 3

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума $f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$.
3. Найдите экстремумы функции:

а) $f(x) = x(x + 2)^2$;

б) $f(x) = x^3(x - 2)$.

4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = 2x^3 - 3x^2 + b$ равен 1?

Вариант 4

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции и определите ее точки экстремума $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 3$.

3. Найдите экстремумы функции:

а) $f(x) = x(x + 2)^2$;

б) $f(x) = x(x^2 - 27)$.

4. При каких значениях b один из экстремумов функции $y = x^3 - 3x + b$ равен 7?

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, но допущены арифметические ошибки.	4
Выполнены правильно три задания проверочной работы.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы или выполнено одно задание.	2

3.9 Применение производной к исследованию функции (базовый уровень)

Цель: отработать формулы дифференцирования при исследовании функции (базовый уровень).

Задание: выполнить задания, используя схемы исследования функции.

Норма времени: 20 минут

Вариант 1

1. Исследуйте квадратичную функцию $y = 3x^2 - 10x + 3$ и постройте ее график.

2. Решите неравенство:

а) $x^2 - 17x - 18 \leq 0$; б) $16x^2 - 6x + 3 \geq 7x^2 - 6x - 1$

Вариант 2

1. Исследуйте квадратичную функцию $y = 2x^2 + 5x + 2$ и постройте ее график.

2. Решите неравенство:

а) $x^2 + 15x - 16 \geq 0$; б) $4x^2 + 12x + 9 < 0$

Вариант 3

1. Исследуйте квадратичную функцию $y = -0,5x^2 + 2x + 2,5$ и постройте ее график.

2. Решите неравенство:

а) $x^2 + 5x - 18 \leq 0$; б) $9x^2 - 18x + 4 < 5x^2 - 6x + 11$

Вариант 4

1. Исследуйте квадратичную функцию $y = -0,5x^2 + x + 1,5$ и постройте ее график.

2. Решите неравенство:

а) $2x^2 - x + 1 < 0$; б) $9x^2 - 12x + 4 > 0$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, получены не верные ответы из-за арифметических ошибок.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы или не построен график функции.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы.	2

3.10 Применение производной к исследованию функции (повышенный уровень)

Цель: отработать формулы дифференцирования при исследовании функции (повышенный уровень).

Задание: выполнить задания, используя схемы исследования функции.

Норма времени: 30 минут

Вариант 1	Вариант 3
Исследуйте функции и постройте графики:	Исследуйте функции и постройте графики:
$y = 3x^3 - 2x^2 - 5x$	$y = x^4 - 2x^2 + 1$
$y = \frac{2x - 3}{2 + x}$	$y = \frac{x + 6}{3x - 1}$
Вариант 2	Вариант 4
Исследуйте функции и постройте графики:	Исследуйте функции и постройте графики:
$y = x^3 - x^2 - x$	$y = x^4 + 3x^2 - 4$
$y = \frac{x + 3}{1 - 2x}$	$y = \frac{5 + 2x}{2 - x}$

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены полностью правильно все задания проверочной работы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, но неправильно построены графики или один график отсутствует.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы или отсутствуют графики функций при правильном исследовании.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы	2

3.11 Наибольшее и наименьшее значения функции

Цель: отработать формулы дифференцирования при исследовании функции.

Задание: выполнить задания, используя схемы исследования функции.

Норма времени: 20 минут

Вариант 1

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x^4}{4} - 8x$ на отрезке $[-1; 2]$.

2. Разбейте число 10 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма квадратов этих слагаемых была наименьшей.

Вариант 2

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \sin x + x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

2. Число 20 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение куба одного из них на другое было наибольшим.

Вариант 3

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x$ на отрезке $[-2; 1]$.

3. Разбейте число 18 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата первого слагаемого и второго слагаемого было наибольшим.

Вариант 4

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\cos x - x$ на отрезке $[1,5\pi; 2,5\pi]$.

2. Число 15 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на другое было наибольшим.

Критерии оценки выполнения заданий:

Содержание ответа	Оценка
Выполнены правильно все задания проверочной работы, получены во всех заданиях верные ответы.	5
Выполнены все задания проверочной работы, получены не верные ответы из-за арифметических ошибок.	4
Выполнено правильно одно задание проверочной работы.	3
Выполнены не правильно все задание проверочной работы	2

Литература

Основные источники:

1. А.Н. Колмагоров. Алгебра и начала анализа, 10-11 классы. – М.: Просвещение, 2012г
2. Л.С.Атанасян и др. Геометрия, 10-11классы. – М.: Просвещение, 2014.
3. А.Г.Мордкович. Алгебра и начала анализа, 10-11 классы – Мнемозина 2013.

Дополнительные источники:

1. Изучение геометрии в 10-11 классах: Метод. рекомендации к учеб.: Кн. для учителя/С. М. Саакян, В. Ф. Бутузов. – 2-е изд.– М.: Просвещение, 2003. – 222 с.: ил.
2. Изучение алгебры и начал анализа в 10-11 классах: Кн. для учителя / Н. Е. Федорова, М. В. Ткачева. – 2-е изд.– М.: Просвещение, 2004. – 205 с.: ил.
3. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Мордкович А.Г. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2014. – 375 с.: ил.
4. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович, Л. О. Денищева, Т. А. Корешкова, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская; Под ред. А. Г. Мордковича. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2014. – 315 с.: ил.

Интернет-ресурсы:

1. http://www.exponenta.ru/educat/links/l_educ.asp#0 – Полезные ссылки на сайты математической и образовательной направленности: Учебные материалы, тесты
2. <http://www.fxyz.ru/> - Интерактивный справочник формул и сведения по алгебре, тригонометрии, геометрии, физике.
3. <http://www.maths.yfa1.ru/> - Справочник содержит материал по математике (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия).

4. <http://advice-me.ru/vse-formuly-po-matematike/> - Основные формулы по алгебре и геометрии: тождественные преобразования, прогрессии, производная, стереометрия и проч.

5. <http://mathsun.ru/> – История математики. Биографии великих математиков.